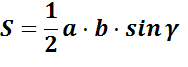
Урок №293-294

Тема урока: Решение треугольников.

**Задание: составьте конспект по теме.**

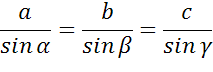
Формула для вычисления площади треугольника:



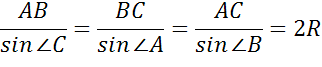
*Теорема косинусов:*

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image002.png

*Теорема синусов:* Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.



*Расширенная теорема синусов:*

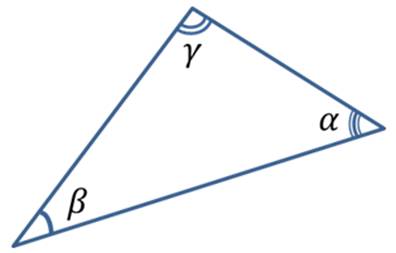


**Решить треугольник** – это значит найти все его элементы (три стороны и три угла) по каким-нибудь известным трем элементам, определяющим треугольник.

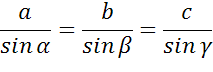
К задачам такого плана относятся следующие задачи: решение треугольника по трем сторонам; решение треугольника по трем углам; решение треугольника по двум сторонам и углу между ними; решение треугольника по двум сторонам и углу, не лежащего между ними; решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам; решение треугольников по стороне и произвольным двум углам.

Рассмотрим каждый вид таких задач отдельно.

Начнем с *решения треугольника по трем углам.*



Запишем теорему синусов и косинусов и подумаем, с помощью какой из них можно решить треугольник.



https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image006.png

Обе эти теоремы содержат длины сторон, поэтому зная только углы треугольника нельзя найти длины сторон треугольника.

Попробуем теперь *решить треугольник по трем сторонам.*

Зная длины всех сторон треугольника, по теореме косинусов можно найти косинусы всех углов треугольника. А, зная косинус угла, сам угол найти несложно. Для этого можно воспользоваться либо калькулятором либо таблицами Брадиса.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image006.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image007.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image008.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image009.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image010.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image011.png

Значит в этом случае решить треугольник можно с помощью теоремы косинусов.

Рассмотрим пример.

**Задача.** Найти углы треугольника, если стороны треугольника равны 25, 20, 17.

**Решение.**

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image012.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image013.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image014.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image015.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image016.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image017.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image018.png

**Ответ:** https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image019.png; https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image020.png; https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image021.png.

Следующим мы рассмотрим *решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам.*

Сразу замечаем, что третий угол найти нетрудно, он равен разности 180° и известных углов https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image022.png.

Запишем теорему синусов.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image023.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image024.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image025.png

Из каждого равенства, мы можем найти сторону треугольника. Таким образом, зная длину одной стороны и величину двух прилежащих к ней углов, можно найти все остальные элементы треугольника, используя теорему синусов.

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image010.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image006.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image007.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image008.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image009.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image023.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image026.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image027.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image028.png

**Задача.** Решить треугольник, если одна из сторон треугольника равна https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image029.png, а углы прилежащие к этой стороне равны https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image030.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image031.png° соответственно.

**Решение.**

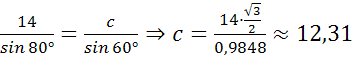
https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image032.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image033.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image034.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image035.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image036.png



**Ответ:** https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image038.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image039.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image040.png.

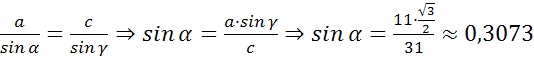
**Задача.** Решить треугольник если две стороны его равны https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image041.png см и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image042.png см соответственно, а угол между ними равен https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image030.png.

**Решение.**

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image043.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image044.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image023.png

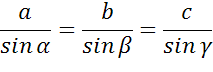


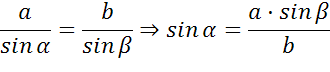
https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image046.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image047.png

**Ответ:** https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image048.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image049.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image050.png.

Теперь давайте посмотрим, а можно ли решить треугольник, если мы знаем *две стороны и угол, который не лежит между ними.* Да, можно. Для этого по теореме синусов надо найти второй угол треугольника, а затем и третий угол и по теореме косинусов найти третью сторону треугольника.





https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image052.png

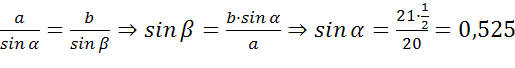
https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image010.png

То есть и в этом случае треугольник можно решить с помощью теоремы синусов или теоремы косинусов.

**Задача.** Решить треугольник, если две его стороны равны https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image053.png и https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image054.png, а один из углов, не лежащий между этими сторонами, равен https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image055.png.

**Решение.**

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image023.png



https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image057.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image058.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image059.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image060.png

https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image061.png

**Ответ:** https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image062.png https://fsd.videouroki.net/products/conspekty/geom9/25-rieshieniie-trieughol-nikov.files/image063.png .