Урок №111-114

Тема урока: Однородные тригонометрические уравнения

Вспомним способы  решения тригонометрических уравнений.

Введение новой переменной:

№1. 2sin2x – 7sinx + 3 = 0.

Пусть  sinx = t, тогда:

2t2 – 7t + 3 = 0.

Разложение на множители:

№2. 3sinx cos4x – cos4x = 0;

сos4x(3sinx – 1) = 0;

cos4x = 0 или  3 sinx – 1 = 0; …

№3. 2 sinx – 3 cosx = 0,

№4. 3 sin2x – 4 sinx cosx + cos2x = 0.

 Определения однородных тригонометрических уравнений.

Определение. Уравнение вида a sinx + b cosx =0, где a ≠ 0, b ≠ 0  называется однородным тригонометрическим уравнением первой степени. (слайд 8)

Примером такого уравнения является уравнение №3. Выпишем общий вид уравнения и проанализируем его.

а sinx + b cosx = 0.

Если cosx = 0, то sinx = 0.

– Может ли получиться такая ситуация?

– Нет. Получили противоречие основному тригонометрическому тождеству.

Значит, cosx ≠ 0. Выполним почленное деление на cosx:



а · tgx + b = 0

tgx = –b / а – простейшее тригонометрическое уравнение.

Вывод: Однородные тригонометрические уравнения первой степени решаются делением обеих частей уравнения на cosx (sinx).

Например: 2 sinx – 3 cosx = 0,

Т.к. cosx ≠ 0, то



2tgx – 3 = 0;

tgx = 3/2;

х = arctg (3/2) +πn, n ∈Z.

Определение. Уравнение вида a sin2x + b sinx cosx + c cos2x = 0 , где a ≠ 0, b ≠ 0, c ≠ 0 называется тригонометрическим уравнением второй степени. (слайд 8)

Примером такого уравнения является уравнение №4. Выпишем общий вид уравнения и проанализируем его.

a sin2x + b sinx cosx + c cos2x = 0.

Если cosx = 0, то sinx = 0.

Опять получили противоречие основному тригонометрическому тождеству.

Значит, cosx ≠ 0. Выполним почленное деление на cos2x:



а tg2x + b tgx + c = 0 – уравнение, сводящееся к квадратному.

Вывод: Однородные тригонометрические уравнения второй степени решаются делением обеих частей уравнения на cos2x (sin2x).

Например: 3 sin2x – 4 sinx cosx + cos2x = 0.

Т.к. cos2x ≠ 0, то



3tg2x – 4 tgx + 1 = 0 (Предложить ученику выйти к доске и дорешать уравнение самостоятельно).

Замена:  tgx = у.   3у2– 4 у + 1 = 0

D = 16 – 12 = 4

y1 = 1 или y2 = 1/3

tgx = 1 или  tgx = 1/3

tgx = 1:

x = arctg (1/3) + πn, n ∈Z.

tgx = 1/3:

х = arctg1 + πn, n ∈Z.

x = π/4 + πn, n ∈Z.

5. Этап проверки понимания учащимися нового  материала.

Выберите лишнее уравнение:

sinx = 2cosx; 2sinx + cosx = 2;

√3sinx + cosx = 0; sin2x – 2 sinx cosx + 4cos2x = 0;

4cosx + 5sinx = 0; √3sinx – cosx = 0.

6. Закрепление нового материала (Решите самостоятельно уравнения)

1) √3sinx + cosx = 0,

Т.к.  cosx ≠ 0, то

√3tgx + 1 = 0;

tgx = –1/√3;

х = arctg (–1/√3) + πn, n ∈Z.

х = –π/6 + πn, n ∈Z.

2) sin2x – 10 sinx cosx + 21cos2x = 0.

Т.к. cos2x ≠ 0, то tg2x – 10 tgx + 21 = 0

Замена: tgx = у.

у2 – 10 у + 21 = 0

у1 = 7 или у2 = 3

tgx = 7 или tgx = 3

tgx = 7:

х = arctg7 + πn, n ∈Z

tgx = 3:

х = arctg3 + πn, n ∈Z

3) sin22x – 6 sin2x cos2x + 5cos22x = 0.

Т.к. cos22x ≠ 0, то 3tg22x – 6tg2x +5 = 0

Замена: tg2x = у.

3у2 – 6у + 5 = 0

D = 36 – 20 = 16

у1= 5 или у2 = 1

tg2x = 5 или  tg2x = 1

tg2x = 5:

2х = arctg5 + πn, n ∈Z

х = 1/2 arctg5 + π/2 n, n ∈Z

tg2x = 1:

2х = arctg1 + πn, n ∈Z

х = π/8 + π/2 n, n ∈Z

4) 6sin2x + 4 sin(π-x) cos(2π-x) = 1.

6sin2x + 4 sinx cosx = 1.

6sin2x + 4 sinx cosx – sin2x – cos2x = 0.

5sin2x + 4 sinx cosx – cos2x = 0.

Т.к. cos2x ≠0, то 5tg2x + 4 tgx –1 = 0

Замена: tg x = у.

5у2 + 4у – 1 = 0

D = 16 + 20 = 36

у1 = 1/5 или у2 = –1

tg x = 1/5 или tg x = –1

tg x = 1/5:

х = arctg1/5 + πn, n ∈Z

tg x = –1:

х = arctg(–1) + πn, n ∈Z

х = –π/4 + πn, n ∈Z

Дополнительно (на карточке):

Решить уравнение и, выбрав один вариант из четырех предложенных, отгадать имя математика, который вывел формулы приведения:

2sin2x – 3 sinx cosx – 5cos2x = 0.

Варианты ответов:

х = arctg2 + 2πn, n ∈Z   х = –π/2 + πn, n ∈Z – П.Чебышев

х = arctg 12,5 + 2πn, n ∈Z   х = –3π/4 + πn, n ∈Z – Евклид

х = arctg 5 + πn, n ∈Z   х = –π/3 + πn, n ∈Z  – Софья Ковалевская

х = arctg2,5 + πn, n ∈Z   х = –π/4 + πn, n ∈Z  – Леонард Эйлер

Правильный ответ:  Леонард Эйлер.

**Задания:**

1.Вспомните способы решения тригонометрических уравнений

2.Составьте конспект по теме «Однородные уравнения» с примерами

3.Решите 5-10 уравнений разными способами решения тригонометрических уравнений, включая однородные уравнения первой и второй степени.

**Критерии оценки:**

**5-6 уравнений – «3»**

**7-8 уравнений –«4»**

**9-10 уравнений –«5»**